

МИНИСТЕРСТВО КУЛЬТУРЫ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное профессиональное общеобразовательное учреждение

«МОСКОВСКАЯ ЦЕНТРАЛЬНАЯ ХУДОЖЕСТВЕННАЯ ШКОЛА ПРИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ХУДОЖЕСТВ» (МЦХШ при РАХ)

119049, г. Москва, улица Крымский вал, дом 8, корпус 2, т/ф. (499) 238-21-00, e-mail: secretary@art-lyceum.ru

Утверждено

Методическим объединением

Протокол № 1

от «24» 08 2021 г

Председатель методического
объединения


_____ Антонова Н.В.

Согласовано

Заместитель директора по
развитию СПО и реализации
образовательных программ


_____ Беликов А.В.

Утверждаю

Директор МЦХШ при РАХ


_____ Губанов Д.В.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по учебной дисциплине

«Алгебра и начала математического анализа»

10 класс

НА 2021-2022 УЧЕБНЫЙ ГОД

(БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ)

СОСТАВИТЕЛЬ:

Мелешко А.К.

Должность:

учитель математики

Москва, 2021

СОДЕРЖАНИЕ

1	Паспорт рабочей программы учебной дисциплины	3
2	Структура и содержание учебной дисциплины	5
3	Условия реализации учебной дисциплины	10
4	Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины	11

1. Паспорт рабочей программы учебной дисциплины

Рабочая программа по математике составлена в соответствии со стандартом общего образования (приказ Минобрнауки России «Об утверждении федерального компонента государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования» от 05.03.2004 года №1089), с авторской программой Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень: 10 класс: методическое пособие/ Е.В. Буцко, А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-Граф, 2020.

Всего часов **102**

Количество часов в неделю **3 ч**

Количество учебных недель **34**

Количество плановых контрольных работ **8**

Рабочая программа выполняет две основные **функции**:

Информационно-методическая функция позволяет всем участникам образовательного процесса получить представление о целях, содержании, общей стратегии обучения, воспитания и развития учащихся средствами данного учебного предмета.

Организационно-планирующая функция предусматривает выделение этапов обучения, структурирование учебного материала, определение его количественных и качественных характеристик на каждом из этапов, в том числе для содержательного наполнения промежуточной аттестации учащихся.

Цели

Изучение математики в старшей школе направлено на достижение следующих целей:

- **формирование** представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов
- **овладение** устным и письменным математическим языком, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, для продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне
- **развитие** логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развитие математического мышления и интуиции, творческих способностей
- **воспитание** средствами математики культуры личности: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимание значимости математики для общественного прогресса

Задачи учебного предмета

Содержание образования, представленное в основной школе, развивается в следующих направлениях:

- совершенствование техники вычислений
- развитие и совершенствование техники алгебраических преобразований, решения уравнений, неравенств, систем
- систематизация и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений; знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объеме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать простейшие геометрические, физические и другие прикладные задачи
- формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных дисциплин

Общеучебные умения, навыки и способы деятельности

В ходе изучения математики в старшей школе учащиеся продолжают овладение разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

- проведения доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, использования различных языков математики для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;
- решения широкого класса задач из различных разделов курса;
- планирования и осуществления алгоритмической деятельности: выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; выполнения расчетов практического характера;
- построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин и реальной жизни; проверки и оценки результатов своей работы, соотнесения их с поставленной задачей, с личным жизненным опытом;
- самостоятельной работы с источниками информации, анализа, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт.

Основное содержание авторских программ полностью нашло отражение в данной рабочей программе, которая дает распределение учебных часов по разделам.

2. Структура и содержание учебной дисциплины

Содержание учебного предмета (102 ч)

Понятие и расширение сведений о функции (12 ч)	
Основная цель	Содержание
<ul style="list-style-type: none"> – формирование представления понятия об обратной функции. – формирование умения задавать функцию различными способами; построение функций; задания обратной функции. – развитие творческих способностей при работе с обратной функцией. 	<p>Определение функции, способы ее задания, свойства функций. Обратная функция.</p>
Степенная функция (19 ч)	
<ul style="list-style-type: none"> – формирование понятий «степень с рациональным показателем», «корень n-степени из действительного числа и степенной функции»; – овладение умением применения свойств корня n-степени; преобразования выражений, содержащих радикалы; – обобщение и систематизация знаний о степенной функции; – формирование умения применять многообразие свойств и графиков степенной функции в зависимости от значений оснований и показателей степени 	<p>Понятие корня n-степени из действительного числа функции $y = \sqrt[n]{x}$, их свойства и графики. Свойства корня n-степени. Преобразования выражений, содержащих радикалы. Обобщение понятия о показателе степени. Степенные функции, их свойства и графики.</p>
Тригонометрические функции (29 ч)	
<ul style="list-style-type: none"> – формирование представления о числовой окружности, о числовой окружности на координатной плоскости; о формулах синуса, косинуса, тангенса суммы и разности аргумента, формулы двойного аргумента, формулы половинного угла, формулы понижения степени; – формирование умения находить значение синуса, косинуса, тангенса и котангенса на числовой окружности; – овладение умением применять тригонометрические функции числового аргумента, при преобразовании тригонометрических выражений; применение этих формул, а также формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму; – овладение навыками и умениями построения графиков функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$; – расширение и обобщение сведений о преобразовании тригонометрических выражений с 	<p>Числовая окружность. Длина дуги единичной окружности. Числовая окружность на координатной плоскости. Синус и косинус. Тангенс и котангенс. Тригонометрические функции числового аргумента. Тригонометрические функции углового аргумента. Формулы приведения. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график. Периодичность функций $y = \sin x$, $y = \cos x$. Функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики. Синус и косинус суммы и разности аргументов. Формулы двойного аргумента. Формулы понижения степени. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение. Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы.</p>

применением различных формул	
Тригонометрические уравнения и неравенства (10 ч)	
<ul style="list-style-type: none"> – формирование представлений о решении тригонометрических уравнений на числовой окружности, об арккосинусе, арксинусе, арктангенсе и арккотангенсе; – овладение умением решения тригонометрических уравнений методом введения новой переменной, разложения на множители; – формирование умений решения однородных тригонометрических уравнений; – расширение и обобщение сведений о видах тригонометрических уравнений 	<p>Первые представления о решении тригонометрических уравнений. Арккосинус. Решение уравнения $\cos t = a$. Арксинус. Решение уравнения $\sin t = a$. Арктангенс и арккотангенс. Решение уравнений $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$. Простейшие тригонометрические уравнения. Два метода решения тригонометрических уравнений: введение новой переменной и разложение на множители. Однородные тригонометрические уравнения.</p>
Производная и ее применения (26 ч)	
<ul style="list-style-type: none"> – формирование умений применения правил вычисления производных и вывода формул производных элементарных функций; – формирование представления о понятии предела числовой последовательности и функции; – овладение умением исследования функции с помощью производной, составлять уравнения касательной к графику функции 	<p>Определение числовой последовательности и способы ее задания. Свойства числовых последовательностей. Определение предела последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Вычисление пределов последовательностей. Сумма бесконечной геометрической прогрессии.</p>
Итоговое повторение (2 ч)	

Календарно-тематическое планирование

Принятые сокращения в календарно-тематическом планировании:

СР – самостоятельная работа.

КР – контрольная работа.

№ п/п	Тема урока	Кол- во часов	Вид контроля	Дата проведения	
				План	Факт
Повторение и расширение сведений о функции – 12 ч.					
1	Наибольшее и наименьшее значения функции. Четные и нечетные функции.	3			
2	Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований.	1			
3	Обратная функция.	2			
4	Равносильные уравнения и неравенства.	2			
5	Метод интервалов.	4	КР №1		
Степенная функция – 19 ч.					
6	Степенная функция с натуральным показателем.	1			
7	Степенная функция с целым показателем	2			
8	Определение корня n-й степени. Функция $y = \sqrt[n]{x}$	2			
9	Свойства корня n -й степени	4	КР №2		
10	Определение и свойства степени с рациональным показателем.	2			
11	Иррациональные уравнения	3			
12	Метод равносильных преобразований для решения иррациональных уравнений	2			
13	Иррациональные неравенства	3	КР №3		
Тригонометрические функции – 29 ч.					
14	Радианная мера угла	2			
15	Тригонометрические функции числового аргумента	2			
16	Знаки значений тригонометрических функций. Четность и нечетность	2			

	тригонометрических функций.				
17	Периодические функции	1			
18	Свойства и графики функций $y = \sin x$, $y = \cos x$	2			
19	Свойства и графики функций $y = tg x$, $y = ctgx$	3	КР № 4		
20	Основные соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента	3			
21	Формулы сложения	3			
22	Формулы приведения	2			
23	Формулы двойного и половинного углов	4			
24	Сумма и разность синусов (косинусов)	2			
25	Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.	3	КР № 5		
Тригонометрические уравнения и неравенства –15 ч.					
26	Уравнение $\cos x = b$	2			
27	Уравнение $\sin x = b$	2			
28	Уравнения $tg x = b$, $ctgx = b$	1			
29	Функции $y = \arccos x$, $y = \arcsin x$, $y = arctgx$, $y = arcctgx$	2			
30	Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим.	3			
31	Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители	2			
32	Решение простейших тригонометрических неравенств	3	КР № 6		
Производная и ее применение – 26 ч.					
33	Представление о пределе функции в точке и о непрерывности функции в точке	2			
34	Задача о мгновенной скорости и касательной к графику функции	1			
35	Понятие производной	3			

36	Правила вычисления производных	3			
37	Уравнение касательной	4	КР № 7		
38	Признаки возрастания и убывания функции	2			
39	Точки экстремума функции	3			
40	Применение производной при нахождении наибольшего и наименьшего значений функций.	3			
41	Построение графиков функций	5	КР № 8		
Повторение и систематизация учебного материала – 2 ч.					

3. Условия реализации учебной дисциплины

Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Реализация учебной дисциплины требует наличия учебного кабинета.

Оборудование учебного кабинета:

- рабочие места по количеству обучающихся;
- рабочее место преподавателя;
- технические средства обучения (персональный компьютер; принтер)

Реализация программы по дисциплине «Алгебра и начала математического анализа» обеспечивается доступом каждого обучающегося к соответствующим базам данных и библиотечному фонду. Библиотечный фонд укомплектован печатными или электронными изданиями основной и дополнительной учебной литературы по дисциплине, соответствующими требованиям программы. Библиотечный фонд включает справочно-библиографические и периодические издания в расчете 1-2 экз. на каждые 100 обучающихся. Образовательное учреждение обеспечивает аудитории необходимым оборудованием, соответствующим образом подготовленной аудиторной доской, необходимой видео- и звуковоспроизводящей аппаратурой.

Учебно-методический комплект и дополнительная литература

1. Математика: алгебра и начала математического анализа. 10 класс./ А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.Б. Полонский, М.С. Якир. –М.: Вентана-Граф, 2020.
2. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень: 10 класс: методическое пособие/ Е.В. Буцко, А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-Граф, 2020.
3. Интернет-ресурсы: электронные образовательные ресурсы из единой коллекции цифровых образовательных ресурсов (<http://school-collection.edu.ru/>), каталога Федерального центра информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>): информационные, электронные упражнения, мультимедиа ресурсы, электронные тесты (для подготовки к ЕГЭ)

4. Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины

Количество плановых контрольных работ **8**:

Контрольная работа № 1. Повторение и расширение сведений о функции.

Контрольная работа № 2. Степенная функция. Корень n -й степени и его свойства.

Контрольная работа № 3. Степень с рациональным показателем и ее свойства.

Иррациональные уравнения и неравенства.

Контрольная работа № 4. Тригонометрические функции и их свойства.

Контрольная работа № 5. Соотношение между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы сложения и их следствия.

Контрольная работа № 6. Тригонометрические уравнения и неравенства.

Контрольная работа № 7. Производная. Уравнение касательной.

Контрольная работа № 8. Применение производной.

Критерии оценивания контрольных работ

Текущие контрольные работы имеют целью проверку усвоения изучаемого и проверяемого программного материала.

Все контрольные работы даны в двух равноценных вариантах. Каждая включает в себя задания, соответствующие обязательному уровню. На выполнение работы отводится один урок – 40 мин. Работы насыщены по объему, учителю необходимо оценить возможности учащихся, и если объем работы представляется чрезмерным, то ее следует уменьшить за счет исключения какого-либо из заданий.

При проведении тематических контрольных работ предусматривается строгое соблюдение порядка организации и проведения независимой проверки. Работа оформляется на двойных листочках.

В проверяемых работах учитель отмечает и исправляет допущенные ошибки, руководствуясь следующим:

- учитель только подчеркивает допущенную ошибку, которую исправляет сам ученик;
- подчеркивание ошибок производится учителем только красной пастой (красными чернилами или красным карандашом);
- после анализа ошибок выставляется отметка за работу.

Все контрольные работы обязательно оцениваются учителем с занесением оценки в электронный журнал. При оценке письменных работ учащихся учитель руководствуется соответствующими нормами оценки знаний и навыков школьников.

Оценка письменных работ учащихся по математике

Отметка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;

- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме;
- без недочетов выполнено не менее половины работы.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.
- правильно выполнено менее половины работы.

После проверки письменных работ обучающимся дается задание по исправлению ошибок или выполнению заданий, предупреждающих повторение аналогичных ошибок. Работа над ошибками осуществляется на двойных листах.

Контрольные работы по учебной дисциплине «Алгебра и начала математического анализа» 10 класс

Контрольные работы представлены для базового уровня, соответствуют минимальному уровню подготовки, отвечающему требованиям стандарта по математике.

Контрольная работа № 1 по теме «Повторение и расширение сведений о функции»

Демонстрационный вариант

Вариант 1

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

1) $y = -3x + 1$ на промежутке $[-2; 1]$;

2) $y = x^2 - 4x$ на промежутке $[0; 3]$.

2. Исследуйте на чётность функцию:

1) $y = x^6 - x^2$;

3) $y = \frac{4x}{x^2 - 8}$;

2) $y = x^5 - 3x^4$;

4) $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x}$.

3. Найдите функцию, обратную к функции $y = -3x + 7$.

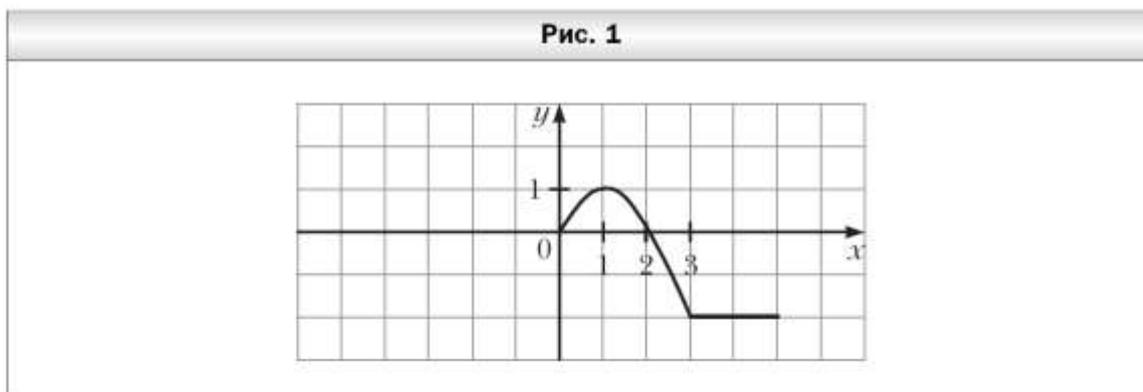
4. Постройте график функции $y = \sqrt{2x + 3}$.

5. Являются ли равносильными уравнения:

1) $x^2 = 4$ и $x^2 + \frac{1}{x-6} = \frac{1}{x-6} + 4$;

2) $x^2 = 4$ и $x^2 + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 4$?

6. На рисунке 1 изображена часть графика чётной функции $y = f(x)$, определённой на промежутке $[-5; 5]$. Достройте график этой функции и найдите её наибольшее и наименьшее значения на промежутке $[-5; 5]$.



7. Решите неравенство:

1) $(x - 2)(x + 6)(x - 4) > 0$;

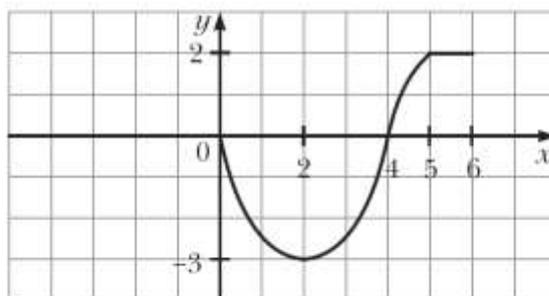
3) $\frac{x}{x-2} + \frac{4}{x} - \frac{13}{x^2 - 2x} \leq 0$.

2) $(3 - x)(x - 4)(x - 9)^2 \geq 0$;

Вариант 2

- Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:
 - $y = 2x - 3$ на промежутке $[-3; 2]$;
 - $y = x^2 + 4x$ на промежутке $[-3; 0]$.
- Исследуйте на чётность функцию:
 - $y = x^5 - x^3$; 3) $y = \frac{5x^2}{x^2 - 7}$;
 - $y = x^6 + 2x^3$; 4) $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x}$.
- Найдите функцию, обратную к функции $y = 2x - 4$.
- Постройте график функции $y = \sqrt{\frac{1}{2}x - 1}$.
- Являются ли равносильными уравнения:
 - $x^2 = 9$ и $x^2 + \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-4} + 9$;
 - $x^2 = 9$ и $x^2 + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+3} + 9$?
- На рисунке 2 изображена часть графика нечётной функции $y = f(x)$, определённой на промежутке $[-6; 6]$. Достройте график этой функции и найдите её наибольшее и наименьшее значения на промежутке $[-6; 6]$.

Рис. 2



- Решите неравенство:
 - $(x + 2)(x - 8)(x + 5) > 0$;
 - $(x + 2)^2(x - 3)(4 - x) \geq 0$;
 - $\frac{x}{x-3} + \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2 - 3x} \geq 0$.

Перечень элементов предметного содержания, проверяемых на контрольной работе №1 по теме «Повторение и расширение сведений о функции»

№ задания	Уровень сложности	Код	Описание элементов предметного содержания
1	Базовый	3.2.6	Наибольшее и наименьшее значения функции.
2	Базовый	3.2.2	Четность и нечетность функции.
3	Базовый	3.1.4	Обратная функция. График обратной функции.
4	Базовый	3.1.5	Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.
5	Базовый	2.2.7	Равносильность неравенств, систем неравенств.
6	Базовый	3.2.2 3.2.6	Четность и нечетность функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.
7	Базовый	2.2.9	Метод интервалов

Контрольная работа № 2 по теме «Степенная функция. Корень n-й степени и его свойства»
Демонстрационный вариант

Вариант 1

1. Функция задана формулой $f(x) = x^{16}$. Сравните:
1) $f(5,6)$ и $f(2,4)$; 3) $f(4,5)$ и $f(-4,5)$;
2) $f(-2,8)$ и $f(-7,3)$; 4) $f(0,3)$ и $f(-0,8)$.
2. Найдите значение выражения:
1) $3\sqrt[3]{8} + 4\sqrt[5]{-32} + \sqrt[4]{625}$; 3) $\sqrt[4]{2^{12} \cdot 5^8}$;
2) $\sqrt[3]{27 \cdot 0,008}$; 4) $\frac{\sqrt[3]{432}}{\sqrt[3]{2}}$.
3. Решите уравнение:
1) $x^5 = 6$; 3) $x^5 = -243$; 5) $\sqrt[3]{x} = 2$;
2) $x^4 = 16$; 4) $x^4 = -81$; 6) $\sqrt[4]{x} = -1$.
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^{-4}$ на промежутке $[2; 4]$.
5. Упростите выражение:
1) $\sqrt[18]{a^3}$; 3) $\sqrt[8]{a^8}$, если $a \geq 0$;
2) $\sqrt[3]{m^2 \sqrt[4]{m}}$; 4) $\sqrt[4]{(a-1)^4}$, если $a \leq 1$.
6. Определите графически количество решений системы уравнений
$$\begin{cases} y = x^{-2}, \\ y = x^5 - 2. \end{cases}$$
7. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
1) $\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$; 2) $\frac{4}{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{3}}$.
8. Упростите выражение $\left(\frac{8}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt[4]{x}+1}{\sqrt[4]{x}-1} - \frac{\sqrt[4]{x}+3}{\sqrt[4]{x}+1} \right) : \frac{3}{\sqrt{x}-1}$.

Вариант 2

1. Функция задана формулой $f(x) = x^{18}$. Сравните:
1) $f(3,6)$ и $f(1,8)$; 3) $f(-5,4)$ и $f(5,4)$;
2) $f(-1,7)$ и $f(-2,5)$; 4) $f(0,9)$ и $f(-0,2)$.
2. Найдите значение выражения:
1) $5\sqrt[4]{16} - 2\sqrt[3]{-216} - \sqrt[6]{64}$; 3) $\sqrt[6]{3^{12} \cdot 2^{18}}$;
2) $\sqrt[4]{0,0081 \cdot 256}$; 4) $\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}}$.

3. Решите уравнение:
- 1) $x^7 = 10$; 3) $x^3 = -216$; 5) $\sqrt[5]{x} = 1$;
 2) $x^6 = 64$; 4) $x^4 = -16$; 6) $\sqrt[6]{x} = -3$.
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^{-3}$ на промежутке $[-3; -1]$.
5. Упростите выражение:
- 1) $\sqrt[28]{a^7}$; 3) $\sqrt[6]{m^6}$, если $m \leq 0$;
 2) $\sqrt[5]{b^3 \sqrt[4]{b^3}}$; 4) $\sqrt[10]{(x-2)^{10}}$, если $x \geq 2$.
6. Определите графически количество решений системы уравнений
- $$\begin{cases} y = x^{-3}, \\ y = x^3 + 1. \end{cases}$$
7. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
- 1) $\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$; 2) $\frac{6}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}}$.
8. Упростите выражение $\left(\frac{\sqrt[6]{x} + 6}{\sqrt[6]{x} + 2} - \frac{\sqrt[6]{x} + 2}{\sqrt[6]{x} - 2} + \frac{6}{\sqrt[3]{x} - 4} \right) : \frac{5}{\sqrt[3]{x} - 4}$.

Перечень элементов предметного содержания, проверяемых на контрольной работе №2 по теме «Степенная функция. Корень n-й степени и его свойства»

№ задания	Уровень сложности	Код	Описание элементов предметного содержания
1	Базовый	3.3.4	Степенная функция с натуральным показателем, ее график
2	Базовый	1.1.6 1.4.3 1.1.5	Степень с рациональным показателем и ее свойства. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени. Корень степени $n > 1$ и его свойства
3	Базовый	1.4.2 1.1.5	Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень. Корень степени $n > 1$ и его свойства
4	Базовый	3.2.6	Наибольшее и наименьшее значения функции.
5	Базовый	1.4.3 1.1.5	Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени Корень степени $n > 1$ и его свойства
6	Базовый	2.1.11 3.3.4	Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем.

			Степенная функция с натуральным показателем, ее график
7	Базовый	1.4.1 1.4.3	Преобразование выражений, включающих арифметические операции. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени.
8	Базовый	1.4.1 1.1.5	Преобразование выражений, включающих арифметические операции. Корень степени $n > 1$ и его свойства

**Контрольная работа № 3 по теме «Степень с рациональным показателем и ее свойства. Иррациональные уравнения и неравенства»
Демонстрационный вариант**

Вариант 1

1. Найдите значение выражения:

1) $5 \cdot 64^{\frac{1}{2}}$; 2) $125^{\frac{1}{3}}$; 3) $81^{1,25}$; 4) $\left(2\frac{7}{9}\right)^{-1,5}$.

2. Упростите выражение:

1) $a^{0,6} \cdot a^{3,4}$; 3) $\left(a^{\frac{5}{12}}\right)^{\frac{3}{25}}$; 5) $(a^{-0,8})^4 \cdot (a^{-1,4})^{-2} : (a^{0,4})^{-6}$;
2) $a^{-\frac{3}{7}} a^{\frac{5}{14}}$; 4) $a^{\frac{7}{15}} : a^{\frac{1}{6}}$; 6) $\left(a^{\frac{5}{18}} b^{\frac{10}{27}}\right)^{\frac{9}{5}}$.

3. Решите уравнение $\sqrt{2x+8} = x$.

4. Сократите дробь:

1) $\frac{m - 3m^{\frac{1}{3}}}{m^{\frac{2}{3}} - 3}$; 2) $\frac{m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{4}} + n^{\frac{1}{4}}}$; 3) $\frac{x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}}$.

5. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x-4} + 2\sqrt{x-4} = 35$; 2) $\sqrt{x+5} - \sqrt{8-x} = 1$.

6. Решите неравенство $\sqrt{8x+9} < x$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения:
 1) $3 \cdot 81^{\frac{1}{4}}$; 2) $32^{\frac{1}{5}}$; 3) $16^{1,25}$; 4) $\left(6\frac{1}{4}\right)^{-0,5}$.
2. Упростите выражение:
 1) $c^{3,8} \cdot c^{1,2}$; 3) $\left(c^{\frac{15}{28}}\right)^{\frac{14}{45}}$; 5) $(c^{0,6})^6 \cdot (c^{0,4})^{-7} : (c^{-1,6})^{-3}$;
 2) $c^{\frac{3}{8}} c^{\frac{5}{16}}$; 4) $c^{\frac{5}{8}} : c^{\frac{1}{6}}$; 6) $\left(b^{\frac{7}{30}} c^{\frac{3}{10}}\right)^{\frac{10}{21}}$.
3. Решите уравнение $\sqrt{2x+48} = -x$.
4. Сократите дробь:
 1) $\frac{x+7x^{\frac{2}{5}}}{x^{\frac{3}{5}}+7}$; 2) $\frac{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{a^6}-\frac{1}{b^6}}$; 3) $\frac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{4}}+3m^{\frac{1}{4}}n^{\frac{1}{2}}}{m^2+6m^{\frac{1}{4}}n^{\frac{1}{4}}+9n^2}$.
5. Решите уравнение:
 1) $\sqrt{x-2} + \sqrt[3]{x-2} = 20$; 2) $\sqrt{2x+7} - \sqrt{2-x} = 2$.
6. Решите неравенство $\sqrt{7x+8} < x$.

Перечень элементов предметного содержания, проверяемых на контрольной работе №3 по теме «Степень с рациональным показателем и ее свойства. Иррациональные уравнения и неравенства»

№ задания	Уровень сложности	Код	Описание элементов предметного содержания
1	Базовый	1.1.6 1.4.2	Степень с рациональным показателем и ее свойства. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень.
2	Базовый	1.1.6 1.4.2	Степень с рациональным показателем и ее свойства. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень.
3	Базовый	2.1.3	Иррациональные уравнения
4	Базовый	1.1.6 1.4.2	Степень с рациональным показателем и ее свойства. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень.
5	Базовый	2.1.3	Иррациональные уравнения
6	Базовый	2.2.2	Рациональные неравенства

Контрольная работа № 4 по теме «Тригонометрические функции и их свойства»
Демонстрационный вариант

Вариант 1

1. Найдите значение выражения $2\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \cos\pi - 2\sin\frac{\pi}{4}$.
2. Определите знак значения выражения:
1) $\sin 124^\circ \cos 203^\circ \operatorname{tg}(-280^\circ)$; 2) $\sin\frac{7\pi}{10}\cos\frac{13\pi}{12}$.
3. Исследуйте на чётность функцию:
1) $f(x) = x^2 + 4\cos x$; 2) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{1 - \sin x}$.
4. Найдите значение выражения:
1) $\operatorname{tg}\frac{25\pi}{4}$; 2) $\cos(-690^\circ)$.
5. Сравните значения выражений:
1) $\sin\frac{10\pi}{9}$ и $\sin\frac{12\pi}{11}$; 2) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{7\pi}{18}\right)$ и $\operatorname{ctg}\left(-\frac{3\pi}{7}\right)$.
6. Постройте график функции $f(x) = \cos 3x$, укажите её промежутки возрастания и убывания.
7. Постройте график функции $y = \sqrt{\sin x - 1} + 2$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения $3\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3} + \sin\frac{3\pi}{2} - 4\cos\frac{\pi}{4}$.
2. Определите знак значения выражения:
1) $\cos 156^\circ \sin(-350^\circ)\operatorname{ctg} 230^\circ$; 2) $\cos\frac{13\pi}{15}\operatorname{ctg}\frac{23\pi}{18}$.
3. Исследуйте на чётность функцию:
1) $f(x) = x^3 - 5\sin x$; 2) $f(x) = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1 + \cos x}$.
4. Найдите значение выражения:
1) $\operatorname{ctg}\frac{25\pi}{6}$; 2) $\sin(-1035^\circ)$.
5. Сравните значения выражений:
1) $\operatorname{tg}\frac{7\pi}{8}$ и $\operatorname{tg}\frac{8\pi}{9}$; 2) $\cos\left(-\frac{11\pi}{20}\right)$ и $\cos\left(-\frac{6\pi}{11}\right)$.
6. Постройте график функции $f(x) = \sin\frac{x}{2}$, укажите её промежутки возрастания и убывания.
7. Постройте график функции $y = \sqrt{\cos x - 1} - 2$.

Перечень элементов предметного содержания, проверяемых на контрольной работе №4 по теме «Тригонометрические функции и их свойства»

№ задания	Уровень сложности	Код	Описание элементов предметного содержания
1	Базовый	1.4.4 1.2.2 1.2.3 1.2.4 1.2.5	Преобразования тригонометрических выражений Радианная мера угла Синус, косинус, тангенс и котангенс числа Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения
2	Базовый	1.4.4 1.2.2 1.2.3 1.2.4 1.2.5	Преобразования тригонометрических выражений Радианная мера угла Синус, косинус, тангенс и котангенс числа Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения
3	Базовый	3.2.2	Четность и нечетность функции.
4	Базовый	1.4.4 1.2.2 1.2.3 1.2.4 1.2.5	Преобразования тригонометрических выражений Радианная мера угла Синус, косинус, тангенс и котангенс числа Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения
5	Базовый	1.4.4 1.2.2 1.2.3 1.2.4 1.2.5	Преобразования тригонометрических выражений Радианная мера угла Синус, косинус, тангенс и котангенс числа Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения
6	Базовый	3.3.5 3.2.6	Тригонометрические функции и их графики Наибольшее и наименьшее значения функции
7	Базовый	3.3.5	Тригонометрические функции и их графики

**Контрольная работа № 5 по теме «Соотношение между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы сложения и их следствия»
Демонстрационный вариант**

Вариант 1

1. Упростите выражение:

1) $\operatorname{tg} 8\alpha \operatorname{ctg} 8\alpha - \frac{\cos^2 6\alpha - 1}{1 - \sin^2 6\alpha};$

4) $\frac{\sin 2\alpha + \sin 8\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 8\alpha};$

2) $\sin \beta \cos 4\beta + \cos \beta \sin 4\beta;$

5) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 6\alpha\right) + \cos(\pi - 6\alpha);$

3) $\frac{\sin 6\alpha}{2\sin 3\alpha};$

6) $2\sin 5\alpha \cos 3\alpha - \sin 8\alpha.$

2. Дано: $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$, $\cos \beta = -\frac{12}{13}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$. Найдите $\sin(\alpha + \beta)$.

3. Докажите тождество:

1) $\frac{1}{1 - \operatorname{tg} 4\alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} 4\alpha} = \operatorname{tg} 8\alpha;$

2) $\operatorname{ctg} 4\beta \cos 2\beta + \sin 2\beta = \frac{1}{2\sin 2\beta};$

3) $\frac{\left(\sin(\pi - 3\alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)\right)\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} + 3\alpha\right) - \cos(2\pi + \alpha)\right)}{1 + \cos(\pi - 2\alpha)} = -\sin 4\alpha.$

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $2\sin^2 \alpha - 3\cos^2 \alpha$.

Вариант 2

1. Упростите выражение:

1) $\operatorname{tg} 9\alpha \operatorname{ctg} 9\alpha - \frac{\sin^2 6\alpha - 1}{1 - \cos^2 6\alpha};$

4) $\frac{\sin 6\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 6\alpha + \cos 2\alpha};$

2) $\cos 6\varphi \cos 4\varphi - \sin 6\varphi \sin 4\varphi;$

5) $\operatorname{tg}(\pi + \alpha) - \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right);$

3) $\frac{2\cos 4\alpha}{\sin 8\alpha};$

6) $2\cos 4\alpha \cos \alpha - \cos 3\alpha.$

2. Дано: $\sin \alpha = -\frac{8}{17}$, $\sin \beta = -0,8$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$. Найдите $\cos(\alpha + \beta)$.

3. Докажите тождество:

1) $\frac{\operatorname{tg} 5\alpha}{1 + \operatorname{tg} 5\alpha} + \frac{\operatorname{tg} 5\alpha}{1 - \operatorname{tg} 5\alpha} = \operatorname{tg} 10\alpha;$

2) $\cos 3\beta - \operatorname{ctg} 6\beta \sin 3\beta = \frac{1}{2\cos 3\beta};$

3) $\frac{\left(\cos(2\pi - \alpha) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 5\alpha\right)\right)\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi + 5\alpha)\right)}{1 + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 6\alpha\right)} = \sin 4\alpha.$

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $7\cos^2 \alpha - 5\sin^2 \alpha$.

Перечень элементов предметного содержания, проверяемых на контрольной работе № 5 по теме «Соотношение между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы сложения и их следствия»

№ задания	Уровень сложности	Код	Описание элементов предметного содержания
1	Базовый	1.4.4 1.2.1 1.2.4 1.2.6	Преобразование тригонометрических выражений Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла Основные тригонометрические тождества Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов.
2	Базовый	1.4.4 1.2.1 1.2.4 1.2.6	Преобразование тригонометрических выражений Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла Основные тригонометрические тождества Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов.
3	Базовый	1.4.4 1.2.1 1.2.4 1.2.6	Преобразование тригонометрических выражений Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла Основные тригонометрические тождества Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов.
4	Базовый	3.2.6 1.4.4	Наибольшее и наименьшее значения функции Преобразование тригонометрических выражений

Контрольная работа № 6 по теме «Тригонометрические уравнения и неравенства»
Демонстрационный вариант

Вариант 1

1. Решите уравнение:
 - 1) $\sin 4x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;
 - 2) $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0$;
 - 3) $\cos 3x + \cos 5x = 0$.
2. Решите неравенство:
 - 1) $\cos 5x < \frac{1}{2}$;
 - 2) $\operatorname{tg}\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) \geq -\frac{\sqrt{3}}{3}$.
3. Решите уравнение:
 - 1) $3\cos^2 x + 7\sin x - 5 = 0$;
 - 2) $2\sin^2 x + 1,5\sin 2x - 3\cos^2 x = 1$;
 - 3) $\sin 8x + \sin 10x + \cos x = 0$.
4. Решите уравнение $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 2\cos 6x$.

Вариант 2

1. Решите уравнение:
 - 1) $\cos 6x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;
 - 2) $\sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = -1$;
 - 3) $\sin 5x + \sin 7x = 0$.
2. Решите неравенство:
 - 1) $\sin \frac{x}{6} > \frac{\sqrt{3}}{2}$;
 - 2) $\operatorname{ctg}\left(6x + \frac{\pi}{6}\right) \geq -\sqrt{3}$.
3. Решите уравнение:
 - 1) $4\sin^2 x - 11\cos x - 1 = 0$;
 - 2) $3\sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 2$;
 - 3) $\cos 5x - \cos 7x + \sin x = 0$.
4. Решите уравнение $\sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \sin x$.

Перечень элементов предметного содержания, проверяемых на контрольной работе № 6 по теме «Тригонометрические уравнения и неравенства»

№ задания	Уровень сложности	Код	Описание элементов предметного содержания
1	Базовый	2.1.4 1.2.5 1.2.4 1.2.6 1.2.7	Тригонометрические уравнения Формулы приведения Основные тригонометрические тождества Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла
2	Базовый	2.1.4	Тригонометрические уравнения

		1.2.5	Формулы приведения
		1.2.4	Основные тригонометрические тождества
		1.2.6	Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов.
3	Базовый	2.1.4	Тригонометрические уравнения
		1.2.4	Основные тригонометрические тождества
		1.2.6	Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов.
		1.2.7	Синус и косинус двойного угла
4	Базовый	2.1.4	Тригонометрические уравнения
		1.2.4	Основные тригонометрические тождества
		1.2.6	Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов.
		1.2.7	Синус и косинус двойного угла

**Контрольная работа № 7 по теме «Производная. Уравнение касательной»
Демонстрационный вариант**

Вариант 1

1. Найдите производную функции:

1) $f(x) = 7x^6 - \frac{x^4}{4} + 5x^2 - 6;$ 3) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x};$

2) $f(x) = (3x + 1)\sqrt{x};$ 4) $f(x) = \frac{2}{x^5} - \frac{3}{x^2}.$

2. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 - 2x$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$.

3. Материальная точка движется по координатной прямой по закону $s(t) = 2t^2 - 3t + 1$ (перемещение s измеряется в метрах, время t – в секундах). Найдите скорость её движения в момент времени $t_0 = 3$ с.

4. Найдите производную данной функции и вычислите её значение в точке x_0 :

1) $f(x) = \sqrt{2x - 1}, x_0 = 13;$ 2) $f(x) = \sin^5 x, x_0 = \frac{\pi}{3}.$

5. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x) = x^2 - x\sqrt{3}$, в которой проведённая к нему касательная образует с положительным направлением оси абсцисс угол 30° .

6. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 3x - 8$, если эта касательная параллельна прямой $y = 5x + 1$.

Вариант 2

1. Найдите производную функции:

1) $f(x) = 8x^5 - \frac{x^5}{3} + 3x^2 + 4$;	3) $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x}$;
2) $f(x) = (3 - 4x)\sqrt{x}$;	4) $f(x) = \frac{6}{x^4} - \frac{2}{x^3}$.
2. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 - 3x$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.
3. Материальная точка движется по координатной прямой по закону $s(t) = 3t^2 - 2t + 4$ (перемещение s измеряется в метрах, время t – в секундах). Найдите скорость её движения в момент времени $t_0 = 2$ с.
4. Найдите производную данной функции и вычислите её значение в точке x_0 :

1) $f(x) = \sqrt{3x + 4}$, $x_0 = 4$;	2) $f(x) = \cos^5 x$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$.
---	--
5. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x) = x^2 + 4x\sqrt{3}$, в которой проведённая к нему касательная образует с положительным направлением оси абсцисс угол 60° .
6. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 6$, если эта касательная параллельна прямой $y = 2x - 8$.

Перечень элементов предметного содержания, проверяемых на контрольной работе №7 по теме «Производная. Уравнение касательной»

№ задания	Уровень сложности	Код	Описание элементов предметного содержания
1	Базовый	4.1.4 4.1.5	Производные суммы, разности, произведения, частного Производные основных элементарных функций.
2	Базовый	4.1.3	Уравнение касательной к графику функции
3	Базовый	4.1.2	Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой ил графиком
4	Базовый	4.1.4 4.1.5	Производные суммы, разности, произведения, частного Производные основных элементарных функций.
5	Базовый	4.1.3	Уравнение касательной к графику функции
6	Базовый	4.1.3	Уравнение касательной к графику функции

**Контрольная работа № 8 по теме «Применение производной»
Демонстрационный вариант**

Вариант 1

1. Найдите промежутки возрастания и убывания и точки экстремума функции:
 1) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 12x + 7$; 2) $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 1 - 3x^2 - x^3$ на промежутке $[-1; 2]$.
3. Представьте число 60 в виде суммы двух положительных чисел так, чтобы сумма их квадратов была наименьшей.
4. Исследуйте функцию $f(x) = 3x - x^3$ и постройте её график.
5. При каких значениях a функция $f(x) = 2x^3 - 3(a + 4)x^2 + 54x - 16$ возрастает на \mathbf{R} ?

Вариант 2

1. Найдите промежутки возрастания и убывания и точки экстремума функции:
 1) $f(x) = 4 + 9x + 3x^2 - x^3$; 2) $f(x) = \frac{x^2 + 5x}{x - 4}$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 3$ на промежутке $[0; 3]$.
3. Представьте число 36 в виде суммы двух положительных чисел так, чтобы их произведение было наибольшим.
4. Исследуйте функцию $f(x) = x^4 - 4x^2$ и постройте её график.
5. При каких значениях a функция $f(x) = -2x^3 + 3(a + 1)x^2 - 96x - 100$ убывает на \mathbf{R} ?

Перечень элементов предметного содержания, проверяемых на контрольной работе № 8 по теме «Применение производной»

№ задания	Уровень сложности	Код	Описание элементов предметного содержания
1	Базовый	3.2.5 3.2.1 4.1.4 4.1.5	Точки экстремума Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания. Производные суммы, разности, произведения, частного Производные основных элементарных функций.
2	Базовый	3.2.5 4.1.4 4.1.5	Точки экстремума Производные суммы, разности, произведения, частного

			Производные основных элементарных функций.
3	Базовый	4.2.2	Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических задачах.
4	Базовый	4.2.1	Применение производной к исследованию функций и построению графиков.
5	Базовый	3.2.1 4.2.1	Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.